الأعداد العقدية
تعاريف و خاصيات

الشكل الجبري

- $\mathbf{i}^2=-1$ ، $\mathbf{i}\notin IR$
- $z\in C$ يعني $z=a+\mathbf{i}b$ حيث $(a,b)\in IR^2$ و يسمى الشكل الجبري
- $z\in \mathbf{i}IR$ يعني $z=\mathbf{i}b$ حيث $b\in IR$ و يسمى عددا تخيليا صرفا
- نكتب: $\mathrm{Re}(z)=a$ و $\mathrm{Im}(z)=b$

المرافق

a و b عددان حقيقيان

مرافق: $z=a+\mathbf{i}b$ هو $\overline{z}=a-\mathbf{i}b$

المعيار

a و b عددان حقيقيان

معيار $z=a+\mathbf{i}b$ هو $\boxed{|z|=\sqrt{a^2+b^2}}$

أمثلة: $|3+4\mathbf{i}|=\sqrt{9+16}=5$ ، $\overline{3+4\mathbf{i}}=3-4\mathbf{i}$ ، $\overline{7\mathbf{i}-8}=-8-7\mathbf{i}$

متساويات هامة

$\boxed{z\overline{z}=|z|^2}$ ، $\boxed{|z|=1\Leftrightarrow z\overline{z}=1\Leftrightarrow \overline{z}=\frac{1}{z}}$ ، $\boxed{\mathbf{i}^3=-\mathbf{i}}$ ، $\boxed{\mathbf{i}^4=1}$ ، $\boxed{-\mathbf{i}=\frac{1}{2}(1-\mathbf{i})^2}$ ، $\boxed{\mathbf{i}=\frac{1}{2}(1+\mathbf{i})^2}$

خاصيات

لكل: $(a,b)\in IR^2$ و $(a',b')\in IR^2$:

$\boxed{a+\mathbf{i}b=a'+\mathbf{i}b' \Leftrightarrow \begin{cases}a=a'\\ b=b'\end{cases}}$ ، $\boxed{\begin{array}{l}a+\mathbf{i}b\in IR \Leftrightarrow b=0\\ z\in IR \Leftrightarrow \mathrm{Im}(z)=0\end{array}}$ ، $\boxed{\begin{array}{l}a+\mathbf{i}b\in \mathbf{i}IR \Leftrightarrow a=0\\ z\in \mathbf{i}IR \Leftrightarrow \mathrm{Re}(z)=0\end{array}}$

$\boxed{z\in IR \Leftrightarrow \overline{z}=z}$ ، $\boxed{z\in \mathbf{i}IR \Leftrightarrow \overline{z}=-z}$

لكل: $(z,z')\in C^2$

$\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$ ، $\overline{z-z'}=\overline{z}-\overline{z'}$ ، $\overline{zz'}=\overline{z}\,\overline{z'}$ ، $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ ، $\overline{z^n}=(\overline{z})^n$

$|z||z'|=|zz'|$ ، $\left|\frac{z}{z'}\right|=\frac{|z|}{|z'|}$ ، $|z^n|=|z|^n$ ، $|z+z'|\leq|z|+|z'|$

حالات خاصة لكل $a\in IR$

$\overline{a}=a$ ، $\overline{\mathbf{i}}=-\mathbf{i}$ ، $\overline{az}=a\overline{z}$ ، $\overline{\mathbf{i}z}=-\mathbf{i}\overline{z}$ ، $\overline{z+az'}=\overline{z}+a\overline{z'}$ ، $\overline{z+\mathbf{i}z'}=\overline{z}-\mathbf{i}\overline{z'}$

انتبه: $z+\mathbf{i}z'$ و $z-\mathbf{i}z'$ ليسا مترافقين، لأن z و z' ليسا بالضرورة حقيقيين.